

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ТГПУ)**

«УТВЕРЖДАЮ»

  
Макаренко А.Н.  
декан физико-математического факультета

« 31 » августа 2010 г.

**ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ФТД.00 «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»**

Направление **050200.62 – физико-математическое образование**

Профессионально-образовательные профиль **физика, информатика.**

Степень (квалификация) выпускника – **бакалавр физико-математического образования**



### 1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса – подготовка выпускников в области элементарной математики, линейной алгебры и аналитической геометрии; освоение навыков решения задач (в том числе олимпиадных) по курсу математики средней общеобразовательной школы.

Курс «Практикум по решению математических задач» предполагает:

- 1) изучение основных понятий школьного курса математики, с точки зрения заложенных в них фундаментальных математических идей;
- 2) научное обоснование методов, приемов в элементарной математике при решении разного вида заданий, в том числе, ориентированных на различные приложения;
- 3) знакомство с современными направлениями развития элементарной математики и их приложениями;
- 4) анализ научно-популярной литературы по математике;
- 5) установление связей, как со школьным курсом математики, так и с курсами школьной физики, высшей математики (алгебра, геометрия, математический анализ), а также с другими дисциплинами.

### 2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Изучение курса «Практикум по решению математических задач» должно выработать у студентов интерес к вопросам элементарной математики, создать у них содержательную основу для работы с математическими моделями реальных процессов, решения задач (разных типов, уровней сложности) по курсу математики средней общеобразовательной школы.

В результате изучения курса «Практикум по решению математических задач» студент должен овладеть следующими знаниями и умениями:

1. Знать числовые множества, уметь представлять рациональные числа в различных системах счисления, решать задачи «на числа».
2. Знать методы решения алгебраических уравнений и неравенств, уметь ими пользоваться.
3. Знать методы решения трансцендентных уравнений и неравенств.
4. Уметь решать задачи, содержащие параметры.
5. Знать различные виды функциональных зависимостей, их графические представления, применения для решения практических задач.
6. Знать основные методы решения геометрических задач на построение, уметь ими пользоваться.
7. Знать основные приемы построения сечений в многогранниках.
8. Уметь вычислять объемы основных геометрических тел.

### 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.
Общая трудоемкость дисциплины	144	36	38	36	34
Аудиторные занятия	144	36	38	36	34
Лекции					
Практические занятия (ПЗ)	144	36	38	36	34
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) другие виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)					
Курсовой проект (работа)					



Расчетно-графические работы					
Реферат					
И (или) другие виды самостоятельной работы					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)		зачёт	зачёт	зачёт	зачёт

#### 4. Содержание дисциплины:

##### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план):

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции (час)	Практ. занятия (час)
1.	Числовые множества. Метод математической индукции.		4
2.	Различные системы счисления. Перевод из одной системы счисления в другую.		4
3.	Формулы сокращённого умножения.		6
4.	Делимость натуральных чисел. НОД и НОК натуральных чисел. Алгоритм Евклида и его приложения. Решение задач «на числа».		6
5.	Диофантовы уравнения.		2
6.	Рациональные числа. Различные представления рациональных чисел. Систематические дроби. Представление рационального числа в виде десятичной дроби. Перевод дробей. Цепные (непрерывные) дроби. Решение олимпиадных задач по арифметике.		4
7.	Иррациональные числа. Извлечение корней. Нахождение логарифмов.		2
8.	Решение олимпиадных задач по арифметике.		4
9.	Решение задач на применение теории множеств.		4
10.	Комбинаторика.		8
11.	Действия с многочленами.		8
12.	Уравнения. Решение задач на составление уравнений.		4
13.	Решение различных видов уравнений.		12
14.	Функции и графики. Способы задания функций. Элементарное исследование функций. Композиция функций. Обратная функция. Преобразования графиков функций.		4
15.	Числовые последовательности и ряды. Различные способы задания. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Числа Фибоначчи и возвратные последовательности.		4
16.	Прямая на плоскости и в пространстве.		4
17.	Кривые, заданные уравнением в декартовых координатах.		4
18.	Элементы конструктивной геометрии.		4
19.	Методика решения задач на построение.		4
20.	Решение основных задач планиметрии.		2
21.	Основные понятия, аксиомы и теоремы стереометрии.		2
22.	Многогранники.		8
23.	Построение сечений в многогранниках.		4
24.	Тела вращения.		6
25.	Поверхности 2-го порядка.		4
26.	Олимпиадные задачи по арифметике.		4
27.	Олимпиадные задачи по комбинаторике.		4



28.	Олимпиадные задачи по алгебре и началам анализа.		6
29.	Олимпиадные задачи по геометрии.		6
30.	Контрольная работа.		2

#### 4.2. Содержание разделов дисциплины:

##### *АРИФМЕТИКА*

Числовые множества. Натуральные числа и их свойства. Метод математической индукции. Различные системы счисления.

Целые числа. Отношение делимости. Признаки делимости на 3, 5, 7, 9, 11. Теорема о делении с остатком. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.

Существование в натуральном ряду отрезков произвольной длины, не содержащих простых чисел. Решето Эратосфена. Каноническое разложение натурального числа. Основная теорема арифметики.

Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК), их свойства. Канонические представления НОК и НОД.

Алгоритм Евклида и его приложения. Неопределенные уравнения первой степени. Необходимое и достаточное условия их разрешимости. Формула всех целочисленных решений. Способы решения неопределенных уравнений первой степени. Пифагоровы тройки и треугольные числа.

Целые систематические числа. Арифметические операции над целыми числами в различных системах счисления. Способы перевода из одной системы счисления в другую. Признаки делимости в различных системах счисления.

Систематические дроби. Определение десятичной дроби. Представление рационального числа в виде десятичной дроби. Перевод обыкновенных дробей в десятичные и обратный перевод. Критерий обращения обыкновенной дроби в конечную, чисто периодическую и смешанную периодическую десятичную дробь. Вычисление длин периода и предпериода десятичных дробей.

Олимпиадные задачи по арифметике.

##### *АЛГЕБРА*

*(алгебра многочленов, алгебра множеств)*

Метод математической индукции и его применение к доказательству тождеств, неравенств и теорем.

Формулы сокращённого умножения.

Действия с многочленами. Основные понятия. Делимость многочленов. Теорема Безу. Следствия из теоремы Безу. Схема Горнера.

Кратные корни многочленов. Многочлены с целыми коэффициентами. Основная теорема алгебры многочленов и ее следствия.

Алгебра множеств. Применение теории множеств при решении задач. Мощность числовых множеств. Счётность и несчётность множеств.

##### *КОМБИНАТОРИКА*

Понятие выборки. Сочетания, размещения, перестановки (без повторений) и формулы для вычисления их числа. Правила сложения и умножения и их применение для решения



комбинаторных задач. Метод включения и исключения. Решение задач на составление дерева событий.

Вероятность события. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности.

Выборки с повторениями. Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и формулы для вычисления их числа.

Олимпиадные задачи по комбинаторике.

### *АЛГЕБРА. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.*

Уравнения. Корни уравнений. Равносильные уравнения. Задачи на составление уравнений.

Алгебраические уравнения. Квадратный трехчлен и его исследование. Трехчленные уравнения, сводимые к квадратным. Понижение степени возвратных уравнений. Другие элементарные приемы решения некоторых уравнений высших степеней. Дробно-рациональные уравнения.

Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения. Способы решения.

Уравнения с параметрами и методы их решения. Уравнения с модулем. Графические приемы решения уравнений.

Тригонометрические уравнения. Способы решения. Решение рациональных тригонометрических уравнений приведением к алгебраическому уравнению. Графические приемы решения тригонометрических уравнений.

Системы уравнений. Равносильность двух систем уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Элементарные методы решения нелинейных систем уравнений.

Графические приемы решения систем уравнений.

Неравенства. Множество решений неравенств. Равносильные неравенства.

Алгебраические неравенства (линейные, квадратные, высших степеней). Дробно-рациональные неравенства.

Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства. Тригонометрические неравенства. Графические методы решения неравенств. Неравенства с модулем.

Неравенства с параметрами. Системы неравенств.

Олимпиадные задачи по алгебре.

### *АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА.*

Функции и графики. Способы задания функций. Элементарное исследование функций.

Композиция функций. Обратная функция. Преобразования графиков функций.

Степенные и дробно-рациональные функции и их графики.

Показательная функция. Различные способы определения. Свойства показательной функции. Число  $e$ .

Логарифмическая функция. Различные способы определения. Свойства логарифмической функции.

Тригонометрические функции. Различные способы определения, свойства тригонометрических функций. Число  $\pi$ . Обратные тригонометрические функции и их свойства.

Числовые последовательности и ряды. Различные способы задания. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Числа Фибоначчи и возвратные последовательности.

Основные теоремы о непрерывных функциях и их приложения к решению задач.

Олимпиадные задачи по алгебре и началам анализа.



## ГЕОМЕТРИЯ

Прямая на плоскости и в пространстве.

Кривые, заданные уравнением в декартовых координатах: парабола, эллипс, гипербола, лемниската Бернулли, конхоида Никомеда, строфоида, лист Декарта и др.

Элементы конструктивной геометрии. Инструменты конструктивной геометрии.

Методика решения задач на построение. Основные методы решения задач на построение.

Решение основных задач планиметрии. Задачи на: треугольники, четырехугольники, многоугольники, окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

Основные понятия, аксиомы и теоремы стереометрии. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Построение сечений в многогранниках. Метод параллельного проектирования. Метод центрального проектирования. Метод следов.

Многогранники. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Правильные многогранники. Вычисление поверхностей и объемов многогранников.

Тела вращения. Цилиндр. Конус. Усеченный конус. Шар и его части. Вычисление объемов тел вращения.

Поверхности второго порядка.

Олимпиадные задачи по геометрии.

### 5. Лабораторный практикум: не предусмотрен

### 6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

#### 6.1. Рекомендуемая литература

##### а) основная литература:

1. Стойлова Л.П. Математика: учебное пособие для вузов / Л.П. Стойлова. – 3-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2005. – 420 с.

##### б) дополнительная литература:

1. Болтянский В.Г. Лекции и задачи по элементарной математике: учебное пособие для подготовительных отделений вузов / В.Г. Болтянский, Ю.В. Сидоров – Изд. 2-е. – М.: Наука, 1974. – 575 с.

2. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике: для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – Изд. 13-е, испр. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

3. Выгодский, М.Я. Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. – 27-е изд., испр. – М.: Наука, 1986. – 317.

4. Зайцев В.В. Элементарная математика: повторительный курс / В.В. Зайцев, М. И. Сканави; под ред. В.В. Рыжкова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1974. – 591 с.

5. Петербургские математические олимпиады. 1961-1993: сборник задач с решениями / Д.В. Фомин, Ф.Л. Бахарев и др. – Изд. 2-е, доп. – СПб.: Лань, 2007. – 571 с.

6. Элементарная математика, математическое образование, геометрия и информатика: Сборник статей / Н.В. Абрамова, Н.В. Дягилева и др. – Нижневартковский государственный педагогический институт. – СПб.: Мифрил. № 7. – 2002. – 96 с.



7. Феликс Л. Элементарная математика в современном изложении / Л. Феликс; Пер. с фр. В.М. Боцу и др.: Под ред. Б.Л. Лаптева. – М.: Просвещение, 1967. – 487 с.

#### **6.2. Средства обеспечения дисциплины:**

Рекомендуемая литература и учебно-методические пособия по математике.

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** не предусмотрено

### **8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

#### **8.1. Методические рекомендации преподавателю.**

Настоящая программа по дисциплине «Практикум по решению математических задач» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования с учетом особенностей подготовки бакалавров по направлениям «физико-математическое образование», «информационные системы». Программа по курсу «Практикум по решению математических задач» рассчитана на 144 часов, из которых 144 часа (по 36 часов в I-IV семестрах) отводится на аудиторные занятия.

Изложение всех разделов курса «Практикум по решению математических задач» должно сопровождаться решением большого числа задач, приближенных к школьному курсу математики.

Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки специалиста. Обусловлено это тем, что математика является не только средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Не секрет, что многим студентам необходим курс ликвидации пробелов в знании школьной программы по математике. А от того насколько успешным будет подготовка выпускников в области элементарной математики, во многом зависит успешность их дальнейшей профессиональной деятельности.

Введение вузовского курса по решению математических задач имеет цель дать студенту достаточно полный объем знаний школьного курса математики.

#### **8.2. Методические указания для студентов.**

Студентам предлагается использовать рекомендованную литературу для более прочного усвоения учебного материала, изложенного в лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса, оценки за которые учитываются при выставлении оценок на экзамене. Выполнение заданий, вынесенных на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра, по ним выставляются оценки, которые учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

#### **Перечень примерных контрольных вопросов для самостоятельной работы**

1. Натуральные числа. Перевод чисел в различные системы счисления.
2. Делимость натуральных чисел. Вывод признаков делимости.
3. Делимость натуральных чисел. Сравнения по модулю. Основные понятия и теоремы.
4. Делимость натуральных чисел. НОД и НОК. Алгоритм Евклида.
5. Расширение понятия числа и числовые множества. Рациональные числа.
6. Различные представления рациональных чисел.
7. Иррациональные числа.
8. Диофантовы уравнения.
9. Основные понятия теории многочленов. Понятие равенства многочленов.
10. Делимость многочленов.
11. Теорема Безу и ее следствия.
12. Основная теорема алгебры многочленов.



13. Выборки с повторениями, без повторений.
14. Случайные события. Вероятность.
15. Уравнения. Равносильность уравнений. Виды уравнений
16. Способы решения трансцендентных уравнений.
17. Исследование систем линейных уравнений.
18. Неравенства.
19. Функция. Виды. Способы заданий. Схема исследования.
20. Числовые последовательности и ряды.
21. Евклидова геометрия.
22. Многоугольники.
23. Площадь и ее свойства.
24. Векторы. Декартовы, цилиндрические и сферические координаты в пространстве.
25. Многогранные углы. Многогранники.
26. Тела вращения.
27. Сферическая геометрия.
28. Задачи на построение и методы их решения.
29. Поверхности второго порядка.

**Примерный перечень контрольных вопросов к зачёту:**

**1-й семестр**

1. Числа. Натуральные числа и их свойства.
2. Различные системы счисления.
3. Числовые множества.
4. Выполнимость арифметических операций.
5. Различные представления рациональных чисел.
6. Отношение делимости.
7. Признаки делимости.
8. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК), их свойства.
9. Канонические представления НОК и НОД.
10. Метод математической индукции и его применение к доказательству тождеств, неравенств и теорем.
11. Действия с многочленами. Основные понятия.
12. Делимость многочленов. Теорема Безу. Следствия из теоремы Безу.
13. Схема Горнера.
14. Основная теорема алгебры многочленов и ее следствия.
15. Элементы теории множеств. Виды множеств.
16. Мощность множества.
17. Операции над множествами.
18. Алгебра множеств.

**2-й семестр**

1. Понятие выборки. Сочетания, размещения, перестановки (без повторений) и формулы для вычисления их числа.
2. Правила сложения и умножения и их применение для решения комбинаторных задач.
3. Выборки с повторениями. Сочетания, размещения повторениями и формулы для вычисления их числа.
4. Перестановки с повторениями и формулы для вычисления их числа.
5. Вероятность события. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности.
6. Уравнения. Корни уравнений.
7. Равносильные уравнения.
8. Задачи на составление уравнений.
9. Алгебраические уравнения.
10. Показательные и логарифмические уравнения. Способы решения.



11. Тригонометрические уравнения. Способы решения.
12. Уравнения с параметрами и методы их решения.
13. Уравнения с модулем.
14. Системы уравнений. Равносильность двух систем уравнений.
15. Исследование систем линейных уравнений.
16. Графические приемы решения систем уравнений.
17. Неравенства. Множество решений неравенств.
18. Равносильные неравенства.

### 3-й семестр

1. Функции и графики. Способы задания функций. Элементарное исследование функций. Степенные и дробно-рациональные функции и их графики.
2. Показательная функция. Различные способы определения. Свойства показательной функции. Число  $e$ .
3. Логарифмическая функция. Различные способы определения. Свойства логарифмической функции.
4. Тригонометрические функции. Различные способы определения, свойства тригонометрических функций. Число  $\pi$ .
5. Обратные тригонометрические функции и их свойства.
6. Числовые последовательности и ряды. Различные способы задания. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
7. Различные аксиоматики евклидовой геометрии и их сравнение.
8. Понятие многоугольника. Выпуклые, невыпуклые и звездчатые многоугольники.
9. Замечательные точки и линии в треугольнике.
10. Золотое сечение. Золотые прямоугольники и треугольники. Пентаграмма.
11. Вписанные и описанные многоугольники.
12. Геометрические места точек (ГМТ): серединный перпендикуляр, биссектриса и др. Кривые как геометрические места точек.
13. Общие методы решения задач на построение (метод геометрических мест, метод преобразований, алгебраический метод).
14. Площадь и ее свойства. Формулы для площадей треугольников и четырехугольников. Равновеликость и равносторонность. Задачи на разрезание.
15. Векторы. Различные подходы к определению понятия вектора.
16. Применение векторов к решению задач.
17. Аксиомы стереометрии.
18. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

### 4-й семестр

1. Многогранные углы.
2. Многогранники. Различные подходы к определению многогранника.
3. Выпуклые и невыпуклые многогранники.
4. Тела вращения.
5. Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостью.
6. Конус. Конические сечения.
7. Шар. Сечения шара плоскостью.
8. Сферическая геометрия.
9. Вписанные многогранники
10. Описанные многогранники.
11. Объем и его свойства.
12. Эллипсоид.
13. Гиперболоиды.
14. Параболоиды.



Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению **050200.62 Физико-математическое образование**, профессионально-образовательные профили: **физика, информатика.**

Программу составила:

Кандидат физ.-мат. наук,

ст. преподаватель кафедры математики,

теории и методики обучения математике



Е.А. Фомина

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от «31» августа 2010 г.

Зав. кафедрой  Э.Г. Гельфман

Программа учебной дисциплины одобрена на заседании методической комиссии ФМФ ТГПУ.

Председатель метод. комиссии  
физико-математического факультета



Г.К. Разина